

# Raciocínio Colaborativo em Grafos para Recomendação: Um Estudo de Reprodutibilidade e Extensões Baseadas em Lógica Fuzzy e Atributos

Jorge Augusto de Lima e Silva  
Departamento de Ciência da Computação  
Universidade Federal de Minas Gerais  
Belo Horizonte, Brazil  
jorgesilva@dcc.ufmg.br

Orientador: Rodrygo Luis Teodoro Santos  
Departamento de Ciência da Computação  
Universidade Federal de Minas Gerais  
Belo Horizonte, Brazil  
rodrygo@dcc.ufmg.br

**Abstract**—Este trabalho investiga a aplicação de Inteligência Artificial Neuro-Simbólica em Sistemas de Recomendação, com foco no modelo Graph Collaborative Reasoning (GCR). Enquanto sistemas tradicionais enfrentam desafios de interpretabilidade e esparsidade, o GCR propõe modelar a recomendação como um raciocínio lógico dedutivo sobre grafos. Este estudo apresenta três contribuições principais. Primeiro, realiza-se um estudo crítico de reprodutibilidade, reimplementando o modelo integralmente; os resultados obtidos superam significativamente as métricas reportadas na literatura original, estabelecendo novos baselines de desempenho para o GCR. Segundo, avalia-se o FuzzGCR, uma extensão baseada em lógica fuzzy não-paramétrica; a análise demonstra que a rigidez axiomática das t-normas causa saturação de gradientes em cadeias lógicas profundas, evidenciando a necessidade de relaxamento neural em grafos complexos. Terceiro, propõe-se o FA-GCR (Feature-Aware GCR), que integra atributos semânticos ao raciocínio lógico. Os experimentos nos datasets MovieLens demonstram que o FA-GCR, operando exclusivamente sobre atributos (sem IDs), supera o modelo base e baselines tradicionais, validando a hipótese de que o enriquecimento semântico potencializa a generalização indutiva em arquiteturas neuro-simbólicas.

**Index Terms**—Sistemas de Recomendação, IA Neuro-Simbólica, Graph Collaborative Reasoning, Lógica Fuzzy, Reprodutibilidade, Aprendizado de Representação

## I. INTRODUÇÃO

Os sistemas de recomendação tornaram-se componentes onipresentes em plataformas digitais modernas, desempenhando um papel crucial na filtragem e priorização de grandes volumes de informações para usuários com capacidade de processamento limitada [1], [2]. O objetivo primordial desses sistemas é balancear os interesses das plataformas e dos usuários, promovendo a exposição seletiva de itens com alta probabilidade de aceitação, baseada em preferências individuais e comportamentos passados [3], [4]. Apesar dos avanços significativos impulsionados pelo Aprendizado Profundo (*Deep Learning*), esses sistemas ainda enfrentam desafios estruturais notáveis, como a esparsidade de dados, o problema do início frio (*cold-start*) [5], [6] e a baixa interpretabilidade dos modelos, que frequentemente operam como “caixas-pretas” [7].

Nesse contexto, a Inteligência Artificial Neuro-Simbólica emerge como um paradigma promissor, buscando integrar a

capacidade de aprendizado representacional e generalização das redes neurais [8] (análoga ao “pensamento rápido” [9]) com o raciocínio lógico e estruturado da IA simbólica (análoga ao “pensamento lento”). Essa abordagem visa desenvolver sistemas mais robustos, capazes de aprender a partir de dados e, simultaneamente, realizar inferências lógicas explicáveis sobre as recomendações geradas [10].

O desenvolvimento da área fundamenta-se na proposição de arquiteturas pioneiras, notadamente o *Logic-Integrated Neural Network* (LINN) [11], que introduziu a capacidade de aprender operadores lógicos modulares, e o *Neural Collaborative Reasoning* (NCR) [12], que aplicou esses conceitos à recomendação personalizada. A partir dessa base teórica, o modelo *Graph Collaborative Reasoning* (GCR) [13] emerge como um avanço significativo, estendendo a lógica do NCR para a tarefa geral de **preenchimento de arestas** (*link prediction*) em grafos. O GCR destaca-se por traduzir a estrutura topológica do grafo em expressões lógicas (Cláusulas de Horn), permitindo realizar **inferências relacionais complexas** onde a validade de uma conexão alvo é deduzida logicamente a partir das conexões vizinhas, utilizando módulos neurais para aprender a estrutura lógica subjacente.

No entanto, a literatura aponta limitações nas abordagens atuais de raciocínio colaborativo neural. Primeiramente, modelos fundamentais como o NCR — e, por consequência, seus derivados como o GCR — dependem de redes neurais parametrizadas para simular operações lógicas, o que pode não garantir a satisfação estrita de axiomas lógicos fundamentais. Essa limitação é abordada pelo *Fuzzy Collaborative Reasoning* (FuzzCR) [14], que foi desenvolvido como uma extensão do **próprio NCR** (ao invés do GCR) com o objetivo de impor maior consistência teórica e generalização. O FuzzCR substitui os módulos neurais aprendidos do NCR por operadores de lógica *fuzzy* não-paramétricos, garantindo o cumprimento de regras lógicas clássicas. Em segundo lugar, embora eficazes em capturar a estrutura do grafo, modelos como o GCR subutilizam a riqueza semântica dos atributos de usuários e itens, uma lacuna que o modelo *Feature-Enhanced Neural Collaborative Reasoning* (FENCR) [15] busca preencher ao

integrar *embeddings* de *features* na lógica de decisão.

Adicionalmente, existe um desafio prático de reprodutibilidade na área, visto que o código original do GCR não se encontra publicamente disponível, dificultando a validação de seus resultados e a construção de novas pesquisas sobre essa base.

Diante desse cenário, este trabalho aprofunda a investigação sobre o Raciocínio Colaborativo em Grafos, oferecendo as seguintes contribuições:

- 1) **Reavaliação de Reprodutibilidade:** Uma investigação sobre a reprodutibilidade do GCR [13]. Na ausência do código original para validação cruzada, reconstruímos o modelo seguindo os protocolos descritos na publicação base. Os resultados indicam que, sob as configurações reportadas, uma implementação otimizada é capaz de superar as métricas de referência, sugerindo que o desempenho do modelo foi subestimado.
- 2) **Análise de Limitações da Lógica Fuzzy (FuzzGCR):** Uma investigação empírica sobre a substituição de módulos neurais por operadores fuzzy (Produto, Gödel, Smooth). Os resultados evidenciam um *trade-off* crítico entre consistência teórica e treinabilidade em arquiteturas profundas.
- 3) **Extensão Semântica (FA-GCR):** O desenvolvimento de uma arquitetura que incorpora *embeddings* de atributos diretamente no processo de raciocínio. A variante proposta, capaz de operar sem identificadores de usuários/itens, demonstra superioridade em generalização e robustez contra a esparsidade.

Para validar tais proposições, conduzimos uma avaliação experimental rigorosa em múltiplos domínios (e-commerce e entretenimento). Os resultados discutidos a seguir transcendem a simples comparação de métricas, fornecendo evidências empíricas críticas sobre os limites da lógica estrita e o potencial da semântica na unificação entre raciocínio dedutivo e aprendizado de representação.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E TRABALHOS RELACIONADOS

A área de sistemas de recomendação tem evoluído de abordagens puramente baseadas em similaridade para modelos capazes de realizar raciocínio cognitivo sobre os dados. Esta seção detalha a evolução dessa linha de pesquisa, desde a introdução de módulos lógicos neurais até as recentes tentativas de garantir consistência lógica e integração de atributos.

### A. A Evolução do Raciocínio Colaborativo

O conceito de integrar lógica proposicional em arquiteturas de redes neurais profundas foi formalizado inicialmente pelo *Neural Logic Reasoning* (NLR) [11]. O NLR introduziu a arquitetura *Logic-Integrated Neural Network* (LINN), que aprende operações lógicas básicas (E, OU, NÃO) como módulos neurais parametrizados, permitindo resolver equações lógicas e realizar inferências em um espaço vetorial contínuo [11].

Baseando-se no NLR, o modelo *Neural Collaborative Reasoning* (NCR) [12] propôs uma mudança de paradigma em sistemas de recomendação: de tarefas de "correspondência" (*matching*) para tarefas de "raciocínio" (*reasoning*). O NCR formaliza a recomendação como um problema de inferência lógica, onde o histórico de interações de um usuário é traduzido em cláusulas de Horn (e.g.,  $(A \wedge B) \wedge \neg C \rightarrow D$ ). Neste contexto, cada usuário contribui com uma parte do espaço lógico, colaborando para estimar as preferências uns dos outros através de uma arquitetura neural modular dinâmica [12].

Expandindo essa abordagem para dados estruturados em grafos, o modelo *Graph Collaborative Reasoning* (GCR) [13] — que serve como base principal para este trabalho — traduz a estrutura topológica do grafo em expressões lógicas. Diferente das *Graph Neural Networks* (GNNs) tradicionais que agregam informações de nós, o GCR foca no relacionamento lógico entre arestas adjacentes. Ele assume que a validade de uma aresta alvo (link prediction) pode ser inferida logicamente a partir de suas arestas vizinhas, utilizando cláusulas de Horn para modelar caminhos no grafo e realizar inferências relacionais complexas [13].

### B. Consistência Lógica e Abordagens Fuzzy

Embora modelos como NCR e GCR tenham demonstrado eficácia, eles dependem de redes neurais (MLPs) para simular operações lógicas. Essa abordagem "caixa-preta" apresenta limitações teóricas: os módulos aprendidos não garantem a satisfação estrita de axiomas lógicos fundamentais (como associatividade e dupla negação) e exigem uma grande quantidade de dados para aprender o comportamento dos operadores [14].

Para mitigar essas limitações, o *Fuzzy Collaborative Reasoning* (FuzzCR) [14] propõe a substituição dos módulos neurais parametrizados por operadores de lógica fuzzy não-paramétricos (baseados em t-normas, como a Lógica do Produto ou Gödel). Ao redefinir a recomendação sequencial como um problema de resposta a consultas lógicas (*First-Order Logic query answering*), o FuzzCR assegura que o processo de raciocínio seja consistente com as regras da lógica clássica e melhora a capacidade de generalização do modelo, pois os operadores lógicos são fixos e não requerem treinamento [14].

### C. Enriquecimento com Atributos (Features)

A maioria dos modelos de raciocínio colaborativo (como NCR e GCR) opera principalmente sobre IDs de usuários e itens, subutilizando a riqueza semântica dos atributos de conteúdo. O modelo *Feature-Enhanced Neural Collaborative Reasoning* (FENCRC) [15] aborda essa lacuna ao integrar *embeddings* de *features* (como categoria do item ou perfil do usuário) diretamente nas regras lógicas.

Diferente de abordagens anteriores que usavam codificação *one-hot* para lógica, o FENCRC inova ao empregar um seletor de *features* treinável e módulos lógicos baseados em *Factorization Machines* (FM) para capturar interações de segunda ordem entre atributos [15]. Embora essa arquitetura seja projetada para extrair regras explícitas, ela demonstra que o en-

riquecimento semântico é crucial para a precisão do raciocínio. A extensão FA-GCR proposta neste trabalho baseia-se nessa premissa fundamental do FENCR, mas difere na execução arquitetural. Adotamos uma estratégia de codificação densa, aqui denominada *Feature-Aware Encoding*, para integrar os atributos à estrutura de grafo do GCR. Essa abordagem foca na construção de representações semanticamente ricas antes do processo de inferência lógica, concatenando *embeddings* de identidade e conteúdo.

### III. METODOLOGIA

Nesta seção, detalhamos a formulação matemática e a arquitetura dos modelos implementados. A abordagem baseia-se na premissa de que a recomendação pode ser modelada não apenas como uma correspondência de similaridade, mas como um processo de raciocínio lógico dedutivo sobre interações passadas e a estrutura do grafo.

#### A. Fundamentação Lógica: LINN e NCR

A arquitetura base para este trabalho fundamenta-se no *Logic-Integrated Neural Network* (LINN) [11] e sua evolução para recomendação, o *Neural Collaborative Reasoning* (NCR) [12].

1) *Representação Vetorial e Vetor TRUE*: No NCR, variáveis lógicas (usuários, itens, eventos) são mapeadas para um espaço vetorial latente  $\mathbb{R}^d$ . Um componente central desta arquitetura é o vetor constante **TRUE** (**T**) [12].

- **Inicialização**: O vetor **T** é inicializado aleatoriamente no início do treinamento.
- **Imutabilidade**: Diferente dos outros parâmetros da rede, **T** permanece fixo (não é atualizado via *backpropagation*) durante todo o processo. Ele serve como uma âncora no espaço vetorial que define a orientação da "verdade".
- **Avaliação**: A probabilidade de uma expressão lógica ser verdadeira é calculada pela similaridade (ex: cosseno) entre o vetor resultante da expressão e o vetor **T**.

2) *Formulação do Neural Collaborative Reasoning (NCR)*: O NCR formaliza a recomendação personalizada como um problema de raciocínio lógico utilizando Cláusulas de Horn. A execução do modelo segue uma estrutura de árvore dinâmica, onde as folhas são os *embeddings* de eventos e a raiz é a avaliação de verdade.

Para modelar o raciocínio com **feedback implícito**, consideramos que sabemos apenas se um usuário interagiu com um item, mas não se ele gostou ou não [12]. Seja  $u \in U$  um usuário e seu histórico de interações contendo  $r$  itens  $\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$ . Definimos uma função de codificação  $I(u, v_i)$  (representada pelo *embedding* de evento  $e_u^{v_i}$ ) que indica a interação entre  $u$  e  $v_i$ .

O problema de prever se o item  $v_x$  deve ser recomendado reduz-se a decidir se a seguinte Cláusula de Horn é Verdadeira ou Falsa:

$$I(u, v_1) \wedge I(u, v_2) \wedge \dots \wedge I(u, v_r) \rightarrow I(u, v_x) \quad (1)$$

Intuitivamente, utilizamos a Cláusula de Horn para descrever se os comportamentos existentes do usuário, em conjunto, implicariam na preferência por um novo item  $v_x$ .

Para viabilizar o treinamento em uma rede neural, reescrevemos esta expressão utilizando apenas operações lógicas básicas. Baseando-se na definição de Implicação Material ( $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ ), a expressão torna-se [12]:

$$\neg(I(u, v_1) \wedge I(u, v_2) \wedge \dots \wedge I(u, v_r)) \vee I(u, v_x) \quad (2)$$

Finalmente, aplicando as Leis de De Morgan ( $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ ), a expressão pode ser simplificada para uma forma que utiliza apenas os operadores de Negação ( $\neg$ ) e Disjunção ( $\vee$ ):

$$(\neg I(u, v_1) \vee \neg I(u, v_2) \vee \dots \vee \neg I(u, v_r)) \vee I(u, v_x) \quad (3)$$

Em termos de *embeddings* de eventos ( $e_u^v$ ), a arquitetura neural avalia a seguinte expressão final, reduzindo a complexidade computacional ao eliminar a necessidade de um módulo de conjunção ( $\wedge$ ) explícito:

$$(\neg e_u^{v_1} \vee \neg e_u^{v_2} \vee \dots \vee \neg e_u^{v_r}) \vee e_u^{v_x} \quad (4)$$

#### B. Modelagem em Grafos: Graph Collaborative Reasoning (GCR)

O GCR [13] expande o raciocínio do NCR para a estrutura de grafos, tratando a recomendação como um problema de predição de links.

1) *Formulação do Problema no GCR*: A tarefa de predição de links visa inferir conexões potenciais com base nas informações conhecidas do grafo. Diferente de trabalhos anteriores que tratam cada tripla independentemente, o GCR considera que triplas (arestas) possuem relações potenciais se compartilharem nós [13].

Seja um grafo  $G = (V, R, T)$ , onde  $V$  é o conjunto de vértices,  $R$  o conjunto de relações e  $T$  as triplas conhecidas. Para qualquer  $v_i, v_j \in V$  e uma relação  $r_k \in R$ , precisamos prever se a tripla alvo  $T_x = (v_i, r_k, v_j)$  é válida.

Primeiro, denotamos  $\mathcal{N}_i$  e  $\mathcal{N}_j$  como os conjuntos de vizinhos de  $v_i$  e  $v_j$ , respectivamente, para formar o conjunto de triplas vizinhas  $\mathcal{T}_{ij}$ :

$$\mathcal{T}_{ij} = \{(v_i, r_{in}, v_n) | v_n \in \mathcal{N}_i\} \cup \{(v_j, r_{jm}, v_m) | v_m \in \mathcal{N}_j\} \quad (5)$$

A Figura 1 ilustra este cenário, onde a existência da tripla alvo  $(V_1, r_x, V_2)$  é inferida a partir de  $(V_4, r_1, V_1)$ ,  $(V_3, r_2, V_1)$ ,  $(V_2, r_3, V_5)$ ,  $(V_2, r_2, V_6)$  e  $(V_2, r_4, V_7)$ .

Como é possível que nem todas as triplas vizinhas sejam a razão para a existência de  $T_x$ , aplicamos o operador OU ( $\vee$ ). A intuição é que a validade de  $T_x$  pode ser implicada por *qualquer* link vizinho ou *qualquer combinação* deles. Traduzimos isso na seguinte expressão lógica massiva [13]:

$$\begin{aligned} (T_1 \rightarrow T_x) \vee (T_2 \rightarrow T_x) \vee \dots \vee (T_n \rightarrow T_x) \\ \vee (T_1 \wedge T_2 \rightarrow T_x) \vee \dots \\ \vee (T_1 \wedge T_2 \wedge \dots \wedge T_n \rightarrow T_x) \end{aligned} \quad (6)$$

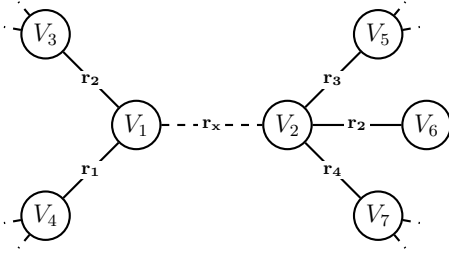


Fig. 1. Representação esquemática da predição de links no GCR. A validade da aresta  $r_x$  é inferida logicamente a partir da vizinhança.

Esta expressão cobre Cláusulas de Horn simples e de alta ordem. Matematicamente, prova-se que esta equação é verdadeira se, e somente se,  $T_x$  for verdadeiro (dado que os vizinhos  $T_1 \dots T_n$  são fatos conhecidos do grafo).

No entanto, a complexidade desta expressão é  $O(2^n)$ , o que é impraticável. Utilizando regras de implicação e as Leis de De Morgan, o GCR simplifica drasticamente esta expressão para uma forma linear  $O(n)$ :

$$\neg T_1 \vee \neg T_2 \vee \dots \vee \neg T_n \vee T_x \quad (7)$$

Esta é a expressão final utilizada para construir a rede neural lógica no GCR.

2) *Recomendação como Grafo Bipartido*: No contexto específico de recomendação, o problema é instanciado como um grafo bipartido heterogêneo, onde os dois conjuntos de nós disjuntos são Usuários ( $U$ ) e Itens ( $V$ ), e as arestas representam interações (compras, cliques, avaliações) [13].

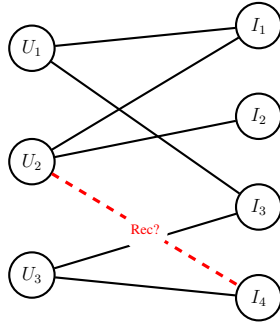


Fig. 2. Grafo bipartido ilustrando a recomendação do item  $I_4$  para o usuário  $U_2$  com base na estrutura de conexões.

A Figura 2 exemplifica esse cenário. Prever uma recomendação equivale a prever a existência de um link não observado entre um nó  $u \in U$  e um nó  $v \in V$ , utilizando o raciocínio lógico derivado de seus vizinhos no grafo (outros itens que o usuário consumiu e outros usuários que consumiram o item).

### C. Regularização Lógica e Treinamento

Como os módulos neurais (MLPs) que simulam as operações lógicas não possuem garantias matemáticas intrínsecas, impomos restrições explícitas e estruturais.

1) *Regularizadores Lógicos*: Utilizamos regularizadores baseados em axiomas da lógica clássica. Para cada axioma, calculamos a similaridade entre o resultado da operação neural e o resultado esperado (**T** ou **F**). A Tabela I detalha as equações de regularização utilizadas [12].

2) *Regularização Estrutural via Shuffling*: Além dos regularizadores explícitos na função de perda, aplicamos uma técnica de regularização estrutural para garantir as propriedades de **comutatividade** ( $x \vee y = y \vee x$ ) e **associatividade** ( $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$ ).

Como os módulos neurais processam as entradas sequencialmente ou em pares, a ordem dos operandos poderia enviesar o resultado. Para mitigar isso, realizamos o **embaralhamento aleatório (shuffling)** das variáveis lógicas de entrada (os vizinhos ou itens do histórico) a cada época de treinamento [12]. Isso força a rede a aprender uma representação que seja invariante à ordem dos fatores, simulando as propriedades fundamentais da lógica clássica.

### D. Extensão 1: FuzzGCR (Integração com Lógica Fuzzy)

Embora o NCR e o GCR tenham demonstrado eficácia, ambos dependem de redes neurais (MLPs) para simular operações lógicas. Esta abordagem "caixa-preta" apresenta limitações teóricas: os módulos aprendidos exigem grandes volumes de dados para convergir e, mesmo com regularização, não garantem a satisfação estrita de axiomas lógicos fundamentais (como associatividade e dupla negação) [12], [14].

Para mitigar essas limitações e impor consistência teórica, propomos a extensão **FuzzGCR**, inspirada no modelo *Fuzzy Collaborative Reasoning* (FuzzCR) [14]. Nesta abordagem, substituímos a simulação neural por operadores lógicos **não-paramétricos** definidos formalmente por **t-normas** e **t-conormas**. Estas classes de funções atuam como relaxamentos contínuos dos operadores booleanos, onde a t-norma modela a **interseção lógica** ( $x \wedge y$ ) e a t-conorma modela a **união lógica** ( $x \vee y$ ) no domínio  $[0, 1]^d$ . Essa estratégia assegura que o raciocínio preserve axiomas estruturais enquanto mantém a diferenciabilidade necessária para o aprendizado.

Para concretizar essa mudança, é necessária uma alteração fundamental na topologia do espaço latente. Enquanto os modelos baseados em redes neurais (LINN, NCR, GCR) operam no espaço vetorial  $\mathbb{R}^d$  e utilizam um vetor âncora de verdade (**T**) inicializado aleatoriamente, o FuzzGCR restringe estritamente os *embeddings* ao hipercubo unitário  $[0, 1]^d$ . Nesta formulação, cada dimensão representa um grau de verdade ou probabilidade, e a âncora de "Verdade" deixa de ser um vetor latente arbitrário para se tornar fixa no vetor constante **1**.

Exploramos três sistemas lógicos distintos para as operações de Conjunção ( $\wedge$ ), Disjunção ( $\vee$ ) e Negação ( $\neg$ ):

1) *Lógica do Produto (Product Logic)*: Neste sistema, a conjunção é modelada como o produto de probabilidades independentes. É uma escolha robusta pois é totalmente difer-

TABLE I  
LEIS LÓGICAS, EQUAÇÕES E REGULARIZADORES CORRESPONDENTES PARA OS MÓDULOS NEURAI [12].

Operador	Lei Lógica	Equação Axiomática	Regularizador Lógico ( $r_i$ )
<b>NOT</b>	Negação	$\neg \mathbf{T} = \mathbf{F}$	$r_1 = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 + \text{Sim}(\text{NOT}(x), x))$
	Dupla Negação	$\neg(\neg x) = x$	$r_2 = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 - \text{Sim}(\text{NOT}(\text{NOT}(x)), x))$
<b>AND</b>	Identidade	$x \wedge \mathbf{T} = x$	$r_3 = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 - \text{Sim}(\text{AND}(x, \mathbf{T}), x))$
	Aniquilação	$x \wedge \mathbf{F} = \mathbf{F}$	$r_4 = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 - \text{Sim}(\text{AND}(x, \mathbf{F}), \mathbf{F}))$
	Idempotência	$x \wedge x = x$	$r_5 = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 - \text{Sim}(\text{AND}(x, x), x))$
	Contradição	$x \wedge \neg x = \mathbf{F}$	$r_6 = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 - \text{Sim}(\text{AND}(x, \text{NOT}(x)), \mathbf{F}))$
<b>OR</b>	Identidade	$x \vee \mathbf{F} = x$	$r_7 = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 - \text{Sim}(\text{OR}(x, \mathbf{F}), x))$
	Aniquilação	$x \vee \mathbf{T} = \mathbf{T}$	$r_8 = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 - \text{Sim}(\text{OR}(x, \mathbf{T}), \mathbf{T}))$
	Idempotência	$x \vee x = x$	$r_9 = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 - \text{Sim}(\text{OR}(x, x), x))$
	Tautologia	$x \vee \neg x = \mathbf{T}$	$r_{10} = \frac{1}{ X } \sum_{x \in X} (1 - \text{Sim}(\text{OR}(x, \text{NOT}(x)), \mathbf{T}))$

enciável e possui uma interpretação probabilística natural [14].

$$q_1 \wedge q_2 = q_1 \odot q_2 \quad (8)$$

$$q_1 \vee q_2 = q_1 + q_2 - (q_1 \odot q_2) \quad (9)$$

$$\neg q = 1 - q \quad (10)$$

onde  $\odot$  denota a multiplicação elemento-a-elemento.

2) *Lógica de Gödel (Gödel Logic)*: A lógica de Gödel opera com base nos valores extremos (“gargalo”). Diferente da lógica do produto, ela não é estritamente “interativa” (o resultado depende apenas de um dos operandos), o que a torna ideal para capturar condições de contorno rígidas [14].

$$q_1 \wedge q_2 = \min(q_1, q_2) \quad (11)$$

$$q_1 \vee q_2 = \max(q_1, q_2) \quad (12)$$

$$\neg q = 1 - q \quad (13)$$

3) *Lógica Smooth (Smooth Logic)*: Uma limitação da Lógica de Gödel é o problema de gradientes esparsos (o gradiente só flui pelo valor máximo ou mínimo). Para resolver isso, propomos uma variante baseada na aproximação suave das funções Min/Max utilizando a operação *LogSumExp*.

Definimos as operações suaves parametrizadas por um escalar de rigidez  $k$ :

$$q_1 \wedge q_2 = -\frac{1}{k} \ln(\exp(-k \cdot q_1) + \exp(-k \cdot q_2)) \quad (14)$$

$$q_1 \vee q_2 = \frac{1}{k} \ln(\exp(k \cdot q_1) + \exp(k \cdot q_2)) \quad (15)$$

$$\neg q = 1 - q \quad (16)$$

O parâmetro  $k$  (*stiffness*) controla o comportamento das operações binárias. Para valores altos de  $k$  ( $> 20$ ), as funções aproximam-se de  $\min$  e  $\max$  (comportamento de Gödel), enquanto para valores baixos, aproximam-se da soma ou média, facilitando o fluxo de gradientes.

#### E. Extensão 2: FA-GCR (Enriquecimento de Atributos)

A maioria dos modelos de raciocínio colaborativo, incluindo a implementação original do GCR [13], utiliza um codificador de busca simples (*Lookup Encoder*). Nesta abordagem, cada usuário  $u$  e item  $v$  é representado por um vetor de parâmetros livres  $\mathbf{e}_{id} \in \mathbb{R}^d$ , aprendido exclusivamente a partir da estrutura de interações (ID do nó).

Embora eficaz para filtragem colaborativa pura, essa abordagem falha em capturar a semântica intrínseca das entidades e sofre em cenários de esparsidade ou *cold-start*. Para mitigar isso, propomos o **Feature-Aware GCR (FA-GCR)**.

Esta extensão inspira-se na premissa do *Feature-Enhanced Neural Collaborative Reasoning* (FENCR) [15] de que os atributos enriquecem as regras lógicas. No entanto, nossa abordagem difere na execução arquitetural: enquanto o FENCR incorpora mecanismos complexos de seleção de *features* dentro das regras lógicas, o FA-GCR foca na construção de uma **representação densa semanticamente rica** na etapa de codificação, antes do processo de raciocínio.

1) *Feature-Aware Encoder*: Substituímos a camada de *embedding* original por um codificador híbrido que funde identificadores únicos com metadados categóricos, numéricos e booleanos.

Seja  $\mathcal{C} = \{c_1, \dots, c_m\}$  o conjunto de *features* categóricas (ex: gênero, ocupação) e  $\mathcal{N} = \{n_1, \dots, n_p\}$  o conjunto de *features* numéricas/booleanas (ex: idade, preço). O vetor de representação bruta  $\mathbf{h}_{\text{raw}}$  para uma entidade é construído pela concatenação de todos os seus componentes:

$$\mathbf{h}_{\text{raw}} = [\mathbf{e}_{id}; \mathbf{e}_{c_1}; \dots; \mathbf{e}_{c_m}; x_{n_1}; \dots; x_{n_p}] \quad (17)$$

Onde:

- $[\cdot; \cdot]$  denota a operação de concatenação de vetores.

- $e_{id}$ : É o *embedding* do ID da entidade (opcional, controlado pelo hiperparâmetro `embed_id`).
- $e_{c_j}$ : É o *embedding* aprendido para o valor específico da  $j$ -ésima *feature* categórica.
- $x_{n_k}$ : É o valor escalar bruto da  $k$ -ésima *feature* numérica.

2) *Projeção e Dimensionalidade*: Como a concatenação resulta em um vetor de alta dimensionalidade ( $\mathbb{R}^{D_{raw}}$ ), aplicamos uma rede de projeção para mapear  $\mathbf{h}_{raw}$  de volta à dimensão latente  $d$  esperada pelos módulos lógicos do GCR ( $d = 64$  em nossos experimentos). A função de projeção é definida por uma transformação linear seguida de não-linearidade e regularização:

$$\mathbf{v}_{final} = \text{Dropout}(\text{ReLU}(\mathbf{W}_p \mathbf{h}_{raw} + \mathbf{b}_p)) \quad (18)$$

Onde  $\mathbf{W}_p \in \mathbb{R}^{d \times D_{raw}}$  e  $\mathbf{b}_p \in \mathbb{R}^d$  são pesos e vieses aprendíveis. Esta arquitetura permite que o modelo GCR "raciocine" sobre uma representação que codifica tanto a identidade colaborativa quanto o conteúdo semântico, sem alterar a estrutura das Cláusulas de Horn definidas na seção anterior.

Investigamos duas variantes desta extensão:

- 1) **FA-GCR (w/ ID)**: Inclui  $e_{id}$  na concatenação. Combina a especificidade do usuário com seus atributos.
- 2) **FA-GCR (w/o ID)**: Remove  $e_{id}$ , forçando o modelo a raciocinar exclusivamente com base nos atributos. Esta variante é crucial para testar a generalização em cenários indutivos e de *cold-start*.

#### IV. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Nesta seção, detalhamos o ambiente experimental, incluindo os conjuntos de dados, protocolos de avaliação e detalhes de implementação. Em seguida, apresentamos e discutimos os resultados obtidos na reprodução do modelo GCR e na validação das extensões propostas (FuzzGCR e FA-GCR).

##### A. Configuração Experimental

1) *Conjuntos de Dados*: Os experimentos foram conduzidos em quatro *datasets* públicos amplamente utilizados na literatura de sistemas de recomendação. A Tabela II resume as estatísticas descritivas após o pré-processamento.

TABLE II  
ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DOS DATASETS UTILIZADOS NOS EXPERIMENTOS (APÓS PRÉ-PROCESSAMENTO 5-CORE NA AMAZON).

Dataset	# Usuários	# Itens	# Interações	Esparsidade
ML-100k	943	1.682	100.000	93,70%
ML-1M	6.040	3.706	1.000.209	95,81%
Beauty	22.363	12.101	198.502	99,93%
Clothing	39.387	23.033	278.677	99,97%

##### a) Pré-processamento e Origem:

- **MovieLens (100k e 1M) [16]**: Utilizamos dados brutos convertidos em feedback implícito (interações positivas = 1).
- **Amazon (Beauty e Clothing) [17]**: Utilizamos a versão *5-core*, que garante densidade mínima para a propagação

de informação no grafo (mínimo de 5 interações por usuário/item).

b) *Crítérios para Avaliação do FA-GCR*: A extensão *Feature-Aware* (FA-GCR) foi avaliada exclusivamente nos *datasets* **MovieLens**. Os *datasets* da Amazon foram excluídos desta etapa específica devido à ausência de metadados demográficos dos usuários (removidos por questões de privacidade [17]). Como o FA-GCR fundamenta-se na fusão semântica bilateral (usuário e item), sua aplicação nos *datasets* da Amazon resultaria em uma arquitetura degenerada, equivalente ao *lookup* de ID padrão. No *MovieLens*, utilizamos:

- **Usuário**: Idade, Gênero, Ocupação e Zip-Code.
- **Item**: Título, Ano de Lançamento e Gêneros.

##### 2) Metodologia de Avaliação:

a) *Divisão dos Dados*: Adotamos a estratégia *Leave-One-Out*:

- **Treino**: Todo o histórico, exceto as duas últimas interações.
- **Validação**: A penúltima interação (para ajuste de hiperparâmetros).
- **Teste**: A última interação (para avaliação final).

b) *Estratégia de Ranking (Real-plus-N)*: Para cada interação positiva no teste, amostramos aleatoriamente 99 itens negativos. O modelo classifica uma lista de 100 itens, e o desempenho é medido pela posição do item verdadeiro nesta lista.

c) *Métricas*: O desempenho foi mensurado através de *Hit Rate* (HR@K) e *Normalized Discounted Cumulative Gain* (NDCG@K), com  $K \in \{5, 10\}$ . O NDCG é definido como:

$$NDCG@K = \frac{DCG@K}{IDCG@K} \quad (19)$$

onde

$$DCG@K = \sum_{i=1}^K \frac{rel_i}{\log_2(i+1)} \quad (20)$$

3) *Detalhes de Implementação*: Os modelos foram otimizados minimizando a seguinte função objetivo, baseada na *Bayesian Personalized Ranking (BPR) Loss*:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{BPR} + \lambda_{\Theta} \|\Theta\|^2 + \lambda_{logic} \mathcal{L}_{reg} \quad (21)$$

Utilizamos amostragem negativa 1:1 durante o treino e otimizador Adam (batch size = 64). Os hiperparâmetros (dimensão de embedding e learning rate) foram ajustados individualmente. O código-fonte e scripts de reprodução estão disponíveis publicamente<sup>1</sup>.

##### B. Resultados e Discussão

A Tabela III apresenta os resultados consolidados, comparando o *baseline* (BiasedSVD), a reprodução do GCR e as extensões propostas.

<sup>1</sup><https://github.com/jorgesilva2407/gcr4rec>

TABLE III

RESULTADOS EXPERIMENTAIS CONSOLIDADOS. OS MELHORES RESULTADOS POR DATASET ESTÃO EM **NEGRITO**. NOTE QUE A REPRODUÇÃO DO GCR SUPERA CONSISTENTEMENTE OS BASELINES, E O FA-GCR (w/o ID) ATINGE O ESTADO DA ARTE NOS DATASETS MOVIELENS.

Dataset	Modelo	HIT@1	HIT@5	HIT@10	NDCG@5	NDCG@10
Amazon Beauty	BiasedSVD	0.0769	0.2143	0.3126	0.1467	0.1784
	<b>GCR (Reproduzido)</b>	<b>0.2526</b>	<b>0.3551</b>	<b>0.4384</b>	<b>0.3039</b>	<b>0.3306</b>
	FuzzGCR (Product)	0.0215	0.0744	0.1320	0.0477	0.0661
	FuzzGCR (Gödel)	0.0565	0.1728	0.2618	0.1147	0.1433
	FuzzGCR (Smooth)	0.0591	0.1703	0.2557	0.1151	0.1425
Amazon Clothing	BiasedSVD	0.0550	0.1669	0.2542	0.1114	0.1394
	<b>GCR (Reproduzido)</b>	<b>0.3065</b>	<b>0.3508</b>	<b>0.3760</b>	<b>0.3295</b>	<b>0.3376</b>
	FuzzGCR (Product)	0.0141	0.0703	0.1365	0.0415	0.0626
	FuzzGCR (Gödel)	0.0531	0.1586	0.2437	0.1065	0.1339
	FuzzGCR (Smooth)	0.0515	0.1586	0.2407	0.1055	0.1319
MovieLens-1M	BiasedSVD	0.1008	0.3232	0.4699	0.2135	0.2607
	GCR (Reproduzido)	0.4482	0.4623	0.4709	0.4552	0.4580
	FuzzGCR (Product)	0.0747	0.2810	0.4195	0.1780	0.2225
	FuzzGCR (Gödel)	0.0927	0.3002	0.4444	0.1968	0.2430
	FuzzGCR (Smooth)	0.0892	0.2993	0.4407	0.1960	0.2416
	FA-GCR (w/ ID)	0.4570	0.4631	0.4690	0.4601	0.4620
	<b>FA-GCR (w/o ID)</b>	<b>0.4796</b>	<b>0.4869</b>	<b>0.4940</b>	<b>0.4833</b>	<b>0.4856</b>
MovieLens-100k	BiasedSVD	0.0308	0.1177	0.2195	0.0731	0.1061
	GCR (Reproduzido)	0.3531	0.3807	0.3987	0.3680	0.3739
	FuzzGCR (Product)	0.0848	0.2662	0.4030	0.1747	0.2187
	FuzzGCR (Gödel)	0.0583	0.2269	0.3510	0.1439	0.1837
	FuzzGCR (Smooth)	0.0838	0.2641	0.3733	0.1744	0.2093
	FA-GCR (w/ ID)	0.4825	0.5186	0.5514	0.5008	0.5113
	<b>FA-GCR (w/o ID)</b>	<b>0.5355</b>	<b>0.5567</b>	<b>0.5705</b>	<b>0.5464</b>	<b>0.5507</b>

1) *Análise de Reprodutibilidade (GCR Base)*: A reimplementação do GCR demonstrou superioridade consistente sobre o BiasedSVD. No dataset *Amazon Beauty*, o NDCG@5 do GCR (0.3039) foi mais que o dobro do baseline (0.1467).

Ressalta-se que os resultados obtidos em nossa reprodução foram superiores aos reportados no artigo original. Enquanto os autores originais relataram um NDCG@5 de 0.0606 para o *Beauty*, obtivemos 0.3039. Esta magnitude está alinhada com o estado da arte atual (e.g., métricas reportadas para BERT4Rec [18]), sugerindo que a nossa implementação é robusta e que os resultados originais podem ter sido subestimados.

2) *Limitações Estruturais da Lógica Fuzzy (FuzzGCR)*: A substituição dos MLPs por operadores fuzzy fixos resultou em degradação de performance em todas as variantes. A degradação mais acentuada ocorreu na *Product Logic*, o que aponta para uma incompatibilidade estrutural entre axiomas lógicos estritos e o aprendizado em grafos profundos.

A causa raiz dessa divergência reside na natureza dos espaços de representação. O GCR opera em  $\mathbb{R}^d$ , permitindo que os módulos neurais (MLPs) aprendam parâmetros de escala e viés que preservam ou amplificam a magnitude

do sinal, evitando o colapso numérico. Em contrapartida, o FuzzGCR é forçado a operar estritamente em  $[0, 1]^d$  para manter a consistência semântica. Neste intervalo limitado, a aplicação sucessiva de t-normas fixas (como o produto  $x \cdot y$ ) provoca, inevitavelmente, um decaimento exponencial dos valores de verdade em direção a zero. Este fenômeno causa severa saturação de gradientes (*vanishing gradient*) em cadeias de raciocínio longas, sugerindo que o “relaxamento neural” dos operadores lógicos — embora teoricamente menos rigoroso — é um pré-requisito funcional para a estabilidade do treinamento em escalas maiores.

3) *Enriquecimento Semântico e Generalização (FA-GCR)*: A extensão FA-GCR apresentou os melhores resultados globais nos datasets MovieLens, com destaque para a variante **FA-GCR (w/o ID)**, que atingiu um NDCG@5 de 0.5464 no ML-100k (vs. 0.3680 do GCR).

O desempenho superior desta variante, que opera exclusivamente com atributos semânticos, é um achado notável. Ao remover os identificadores únicos ( $e_{id}$ ) e forçar o modelo a raciocinar sobre atributos (como gênero e idade), o sistema deixa de memorizar interações específicas e passa a aprender padrões de preferência generalizáveis. Isso mitiga o *overfitting* e permite que o modelo realize inferências robustas mesmo

para itens com poucas interações, validando a premissa de que a riqueza semântica compensa a falta de especificidade topológica.

## V. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma investigação abrangente sobre sistemas de recomendação neuro-simbólicos, revisitando e estendendo o modelo *Graph Collaborative Reasoning* (GCR). A reimplementação realizada não apenas validou a eficácia da abordagem, mas redefiniu o *baseline* de desempenho do GCR, superando métricas previamente estabelecidas na literatura e confirmando a robustez do raciocínio lógico em grafos.

As explorações arquiteturais forneceram duas lições fundamentais para o design de futuros sistemas. Primeiramente, a análise do **FuzzGCR** demonstrou que a imposição estrita de consistência axiomática via operadores fixos impõe barreiras severas à otimização baseada em gradiente, validando empiricamente o uso de aproximações neurais flexíveis. Em contrapartida, o sucesso do **FA-GCR**, particularmente na sua vertente puramente baseada em atributos, evidenciou que o futuro do raciocínio colaborativo reside na integração semântica. A capacidade do modelo de superar abordagens baseadas em ID sugere que "raciocinar" sobre as características intrínsecas das entidades permite uma generalização indutiva superior à simples memorização de conexões.

Em suma, este estudo entrega à comunidade uma implementação validada e evidências claras de que o equilíbrio entre a estrutura lógica do grafo e a representação rica de atributos é o caminho mais promissor para a próxima geração de sistemas de recomendação explicáveis.

## VI. TRABALHOS FUTUROS

Os resultados obtidos com o *Feature-Aware GCR* (FA-GCR) abrem caminhos promissores para a evolução de sistemas neuro-simbólicos. A seguir, delineamos direções de pesquisa para expandir a robustez, a expressividade lógica e a aplicabilidade do modelo em cenários complexos.

### A. Avaliação Comparativa e Robustez em Cenários Críticos

Embora este trabalho tenha validado o GCR contra *baselines* clássicos como o BiasedSVD, uma validação mais rigorosa é necessária para posicionar o modelo no estado da arte atual.

- **Comparação com Modelos de Recomendação SOTA:** Planeja-se comparar o desempenho do FA-GCR com arquiteturas baseadas em *Deep Learning*, como SAS-Rec [19] e BERT4Rec [18], além de GNNs puras e eficientes como a LightGCN [20]. O objetivo é verificar se a componente de raciocínio lógico oferece ganhos estatisticamente significativos sobre a simples propagação de *embeddings* ou mecanismos de atenção sequencial.
- **Link Prediction em Grafos:** Dado que o GCR formula a recomendação como predição de links, trabalhos futuros devem avaliá-lo frente a modelos de estado da arte para essa tarefa em grafos gerais, como SEAL [21] e GraIL [22]. Isso permitirá investigar a eficácia do

raciocínio lógico indutivo fora do contexto estrito de recomendação item-usuário.

- **Análise de Cold-Start e Esparsidade:** O sucesso da variante *FA-GCR (w/o ID)* sugere um alto potencial para cenários de *cold-start* indutivo. Pretende-se realizar testes de estresse, removendo progressivamente dados de treinamento para quantificar a resiliência do modelo em cenários de alta esparsidade e avaliar sua capacidade de recomendar itens novos baseando-se puramente em atributos.

### B. Evolução Arquitetural e Expressividade Lógica

A arquitetura atual do GCR utiliza operações lógicas rígidas ou simplificadas. Propomos aumentar a sofisticação do mecanismo de raciocínio:

- **Mecanismo de Atenção no Módulo OR:** A operação de disjunção ( $\vee$ ) atual trata todas as evidências vizinhas com igual importância ou através de maximização simples. Uma extensão natural é a implementação de mecanismos de Atenção para ponderar dinamicamente a relevância de cada caminho lógico. O desafio técnico reside na adaptação dos regularizadores lógicos para validarem módulos que recebem uma quantidade variável de eventos de entrada.
- **Novas Formulações Lógicas:** Inspirando-se no trabalho de Carraro [23] sobre integração neuro-simbólica, pretendemos explorar axiomas mais complexos, como transitividade ou influência social. Diferentemente da abordagem de Carraro, que utiliza *Logic Tensor Networks* (LTN) em um cenário de satisfatibilidade máxima (*soft constraints*), o desafio aqui será traduzir essas formulações para o paradigma de restrições fortes e regularização estrutural do GCR, garantindo que o modelo permaneça diferenciável.

### C. Enriquecimento de Grafo e Novos Domínios

Finalmente, a estrutura de grafo do GCR permite a integração de fontes de conhecimento heterogêneas:

- **Grafos Enriquecidos e Modelos Híbridos:** O grafo atual é estritamente bipartido. Trabalhos futuros devem avaliar a inclusão de arestas intra-tipo (*social user-user* ou *similaridade item-item*). Além disso, propõe-se uma abordagem híbrida onde outros modelos de recomendação sugerem arestas candidatas ("atalhos" no grafo), cabendo ao GCR validar logicamente essas conexões.
- **Cross-Domain Recommendation:** A capacidade de raciocínio lógico é ideal para transferência de conhecimento. Planeja-se avaliar o modelo em cenários *Cross-Domain*, onde regras lógicas aprendidas em um domínio denso podem ser transferidas para regularizar o aprendizado em um domínio alvo esparsos.

## REFERENCES

- [1] F. Ricci, L. Rokach, and B. Shapira, "Introduction to recommender systems handbook," in *Recommender systems handbook*. Springer, 2010, pp. 1–35.



- [2] S. Zhang, L. Yao, A. Sun, and Y. Tay, "Deep learning based recommender system: A survey and new perspectives," *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 52, no. 1, pp. 1–38, 2019.
- [3] B. Sarwar, G. Karypis, J. Konstan, and J. Riedl, "Item-based collaborative filtering recommendation algorithms," in *Proceedings of the 10th international conference on World Wide Web*, 2001, pp. 285–295.
- [4] X. He, L. Liao, H. Zhang, L. Nie, X. Hu, and T.-S. Chua, "Neural collaborative filtering," in *Proceedings of the 26th international conference on world wide web*, 2017, pp. 173–182.
- [5] A. I. Schein, A. Popescul, L. H. Ungar, and D. M. Pennock, "Methods and metrics for cold-start recommendations," in *Proceedings of the 25th annual international ACM SIGIR conference on Research and development in information retrieval*, 2002, pp. 253–260.
- [6] J. Zhang, H. Zhang, C. Wang, Y. Zhao, and J. X. Yu, "A survey on cold-start recommendation," *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2021.
- [7] Y. Zhang and X. Chen, "Explainable recommendation: A survey and new perspectives," *Foundations and Trends® in Information Retrieval*, vol. 14, no. 1, pp. 1–101, 2020.
- [8] T. R. Besold, A. d. Garcez, S. Bader, H. Bowman, P. Domingos, P. Hitzler, K.-U. Kuehnberger, L. C. Lamb, R. Miikkulainen, and D. L. Silver, "Neural-symbolic learning and reasoning: A survey and interpretation," *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, vol. 375, no. 2104, 2017.
- [9] D. Kahneman, *Thinking, fast and slow*. macmillan, 2011.
- [10] A. S. d'Avila Garcez, L. C. Lamb, and D. M. Gabbay, *Neural-Symbolic Learning Systems*. Springer, 2015.
- [11] S. Shi, H. Chen, W. Ma, J. Mao, M. Zhang, and Y. Zhang, "Neural logic reasoning," in *Proceedings of the 29th ACM International Conference on Information & Knowledge Management*, 2020, pp. 1365–1374.
- [12] H. Chen, S. Shi, Y. Li, and Y. Zhang, "Neural collaborative reasoning," in *Proceedings of the web conference 2021*, 2021, pp. 1516–1527.
- [13] H. Chen, Y. Li, S. Shi, S. Liu, H. Zhu, and Y. Zhang, "Graph collaborative reasoning," in *Proceedings of the Fifteenth ACM International Conference on Web Search and Data Mining*, 2022, pp. 75–84.
- [14] H. Yuan, P. Zhao, J. Fan, J. Fang, G. Liu, and V. S. Sheng, "Fuzzy collaborative reasoning," in *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, vol. 39, 2025, pp. 13 124–13 132.
- [15] X. Zhang, S. Shi, Y. Li, W. Ma, P. Sun, and M. Zhang, "Feature-enhanced neural collaborative reasoning for explainable recommendation," *ACM Transactions on Information Systems*, vol. 43, no. 1, pp. 1–33, 2024.
- [16] F. M. Harper and J. A. Konstan, "The movielens datasets: History and context," *ACM Transactions on Interactive Intelligent Systems (TiiS)*, vol. 5, no. 4, pp. 19:1–19:19, 2015.
- [17] R. He and J. McAuley, "Ups and downs: Modeling the visual evolution of fashion trends with one-class collaborative filtering," in *proceedings of the 25th international conference on world wide web*, 2016, pp. 507–517.
- [18] F. Sun, J. Liu, J. Wu, C. Pei, X. Lin, W. Ou, and P. Jiang, "Bert4rec: Sequential recommendation with bidirectional encoder representations from transformer," in *Proceedings of the 28th ACM international conference on information and knowledge management*, 2019, pp. 1441–1450.
- [19] W.-C. Kang and J. McAuley, "Self-attentive sequential recommendation," in *2018 IEEE international conference on data mining (ICDM)*. IEEE, 2018, pp. 197–206.
- [20] X. He, K. Deng, X. Wang, Y. Li, Y. Zhang, and M. Wang, "Lightgcn: Simplifying and powering graph convolution network for recommendation," in *Proceedings of the 43rd International ACM SIGIR conference on research and development in Information Retrieval*, 2020, pp. 639–648.
- [21] M. Zhang and Y. Chen, "Link prediction based on graph neural networks," *Advances in neural information processing systems*, vol. 31, 2018.
- [22] K. Teru, E. Denis, and W. Hamilton, "Inductive relation prediction by subgraph reasoning," in *International conference on machine learning*. PMLR, 2020, pp. 9448–9457.
- [23] T. Carraro, "Overcoming recommendation limitations with neuro-symbolic integration," in *Proceedings of the 17th ACM Conference on Recommender Systems*, 2023, pp. 1325–1331.